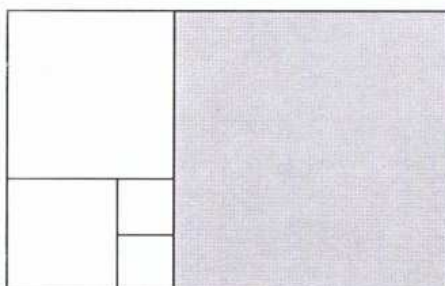


Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА – 07.11.2019.

VII РАЗРЕД

1. Правоугаоник је разложен на 5 квадрата као на слици. Који проценат површине правоугаоника заузима површина освененог квадрата?



2. Између којих узастопних целих бројева се налази број x ако важи

$$2018 : \left(1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}} \right) = 2019?$$

3. Израчунај вредност израза $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{24} + \sqrt{150}}{\sqrt{12}} \cdot \sqrt{2}$.

4. Реши једначину $\sqrt{(x-2)^2} = x + 5$.

5. Површина конвексног четвороугла $ABCD$ је 20cm^2 . Нека су K, L, M и N редом тачке правих AB, BC, CD и DA такве да су тачке B, C, D и A средишта дужи AK, BL, CM и DN . Израчунај површину четвороугла $KLMN$.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатака траје 120 минута.

Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

VII РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. (МЛ 53-5) Ако странице квадрата, од највећег до најмањег, обележимо редом са a, b, c и d , биће $a = b + c, b = c + d$ и $c = 2d$, па је однос површина осенченог квадрата и правоугаоника

$$\frac{a^2}{a(a+b)} = \frac{a}{a+b} = \frac{b+c}{2b+c} = \frac{2c+d}{3c+2d} = \frac{5d}{8d} = \frac{5}{8} = 0,625.$$

Дакле, површина квадрата је 62,5% површине правоугаоника.

2. (МЛ 53-4) Из $1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}} = \frac{2018}{2019} = 1 - \frac{1}{2019}$, добијамо $1 + \frac{1}{x} = -2019$,

$$\frac{1}{x} = -2020 \text{ и } x = -\frac{1}{2020}. \text{ Дакле, } -1 \leq x \leq 0.$$

3. $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{24} + \sqrt{150}}{\sqrt{12}} \cdot \sqrt{2} = \frac{\sqrt{6} - 2\sqrt{6} + 5\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \frac{4\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = 4.$

4. Из $|x - 2| = x + 5$ видимо да за $x \geq 2$ нема решења, а за $x < 2$ добијамо: $2 - x = x + 5$, одакле је $x = -\frac{3}{2}.$

5. (МЛ 53-5) $P_{\Delta BKL} = 2P_{\Delta ABC}$ (јер имају једнаке основице $AB = BK$, а висина првог троугла је два пута већа од висине другог).

Слично, $P_{\Delta MCL} = 2P_{\Delta BCD}$, $P_{\Delta MDN} = 2P_{\Delta ADC}$ и $P_{\Delta ANK} = 2P_{\Delta ABD}$, па је $P_{\Delta BKL} + P_{\Delta MCL} + P_{\Delta MDN} + P_{\Delta ANK} = 2(P_{\Delta ABC} + P_{\Delta ADC} + P_{\Delta BCD} + P_{\Delta ABD}) = 4P_{ABCD}$, а $P_{NKLM} = 5P_{ABCD} = 100\text{cm}^2.$

