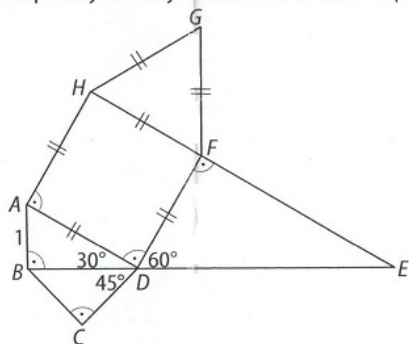


Министарство просвете, науке и технолошког развоја  
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Општинско такмичење из математике  
ученика основних школа  
02.03.2013 – VII РАЗРЕД

1. Ако је  $\sqrt{2}x - \sqrt{2}y = \sqrt{18}$ , израчунај вредност израза  $\frac{\sqrt{3}x}{3} - \frac{y}{\sqrt{3}}$ .

2. Израчунај површину многоугла  $ABCDEFGH$  на слици:



3. Одреди све двоцифрене природне бројеве  $\overline{ab}$  за које важи  $\overline{ab} - \overline{ba} = n^2$ , где је  $n \in \mathbb{N}$ .

4. Којом цифром се завршава број  $4^n + 5^n + 6^n$ ?

5. Конструиши квадрат чија је површина једнака збиру површина три квадрата чије су странице 2cm, 3cm и 4cm.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатака траје 120 минута.

Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА - VII РАЗРЕД

Признавати свако тачно решење које се разликује од решења у кључу. Бодовање прилагодити конкретном решењу.

1.  $\sqrt{2}x - \sqrt{2}y = \sqrt{18}$ ,  $\sqrt{2}(x - y) = 3\sqrt{2}$ ,  $x - y = 3$  (7 поена).

$\frac{\sqrt{3}x}{3} - \frac{y}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}x}{3} - \frac{\sqrt{3}y}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot (x - y) = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot 3 = \sqrt{3}$  (13 поена).

2. (МЛ46-5)  $AD = 2AB = 2\text{cm}$ .  $BD = \sqrt{4-1} = \sqrt{3}\text{cm}$ .  $BC = CD = \frac{\sqrt{6}}{2}\text{cm}$ .  $DE =$

$2DF = 4\text{cm}$ .  $EF = 2\sqrt{3}\text{cm}$ .  $P_{BCD} = \frac{3}{4}\text{cm}^2$  (3 поена),  $P_{ABD} = \frac{\sqrt{3}}{2}\text{cm}^2$  (3 поена),

$P_{ADFH} = 4\text{cm}^2$  (3 поена),  $P_{HGF} = \sqrt{3}\text{cm}^2$  (3 поена),  $P_{EFD} = 2\sqrt{3}\text{cm}^2$  (3 поена).

Дакле,  $P = \left(\frac{19}{4} + \frac{7\sqrt{3}}{2}\right)\text{cm}^2$  (5 поена),

3. (МЛ47-3)  $\overline{ab} - \overline{ba} = 10a + b - (10b + a) = 9a - 9b = 9 \cdot (a - b) = n^2$  (3 поена)  
Како је 9 квадрат броја 3, то и  $a - b$  мора бити квадрат броја, а то је могуће за  $a - b \in \{1, 4\}$  (4 поена).

|       |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|-------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| a     | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 |
| b     | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
| a - b | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |

Дакле, тражени бројеви су 98, 87, 76, 65, 54, 43, 32, 21, 95, 84, 73, 62 и 51 (свако тачно решење по 1 поен).

4. (МЛ47-3) Број  $4^n$  се завршава цифром 4, уколико је  $n$  непаран број, а цифром 6 ако је  $n$  паран број (4 поена). Број  $5^n$  се завршава цифром 5 (2 поена), а  $6^n$  се завршава цифром 6 (2 поена). Ако је  $n$  непаран број онда се збир  $4^n + 5^n + 6^n$  завршава цифром 5 ( $4 + 5 + 6 = 15$ ) (6 поена), а ако је  $n$  паран број онда се  $4^n + 5^n + 6^n$  завршава цифром 7 ( $6 + 5 + 6 = 17$ ) (6 поена).

5. Како је  $2^2 + 3^2 + 4^2 = 29 = 25 + 4 = 5^2 + 2^2$  (15 поена) закључујемо да је страница траженог троугла једнака хипотенузи правоуглог троугла чије су катете 5cm и 2cm. Сада конструишемо квадрат чија нам је страница позната (5 поена за конструкцију).

