Министарство просвете Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА

07.03.2009.

VI РАЗРЕД

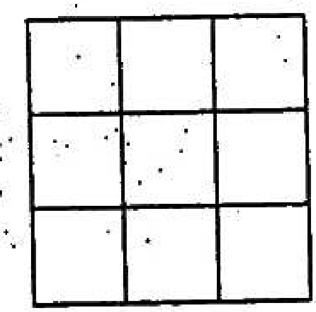
1. Одреди три рационална броја која су мања од $-\frac{5}{12}$ и већа од $-\frac{1}{2}$, а којима су именилац и бројилац узајамно прости бројеви.

2. У троуглу ABC ($AB>BC$) кроз тачке A и C конструисане су праве које су нормалне на симетралу угла ABC. Оне секу праве BC и AB, редом, у тачкама K и M. Израчунај дужину странице AB ако је $KC = 5\text{cm}$ и $MB = 8\text{cm}$.

3. Колико има природних бројева мањих од 2009 чији је производ цифара 42?

4. Дат је троугао чије су дужине страница цели бројеви (у центиметрима). Колики је најмањи, а колики највећи могући обим овог троугла ако је једна страница дужине 2009cm, а друга 2008cm?

5. Да ли се у квадрат 3×3 (види слику) могу уписати бројеви из скупа {–1, 0, 1} тако да збирови бројева по колонама, врстама и дијагоналама буду различити (свака два)?

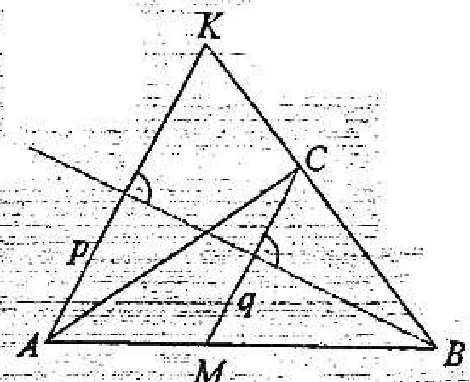


Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

РЕШЕЊА – VI РАЗРЕД

1. (ML, XLIII-4) Важи $-\frac{1}{2} < a < -\frac{5}{12}$. Проширимо разломке тако да имају једнаке имениоце. $-\frac{6}{12} < a < -\frac{5}{12}$ (*). Проширивањем разломака са 2 имамо $-\frac{12}{24} < a < -\frac{10}{24}$ па је $-\frac{11}{24}$ једно решење **(7 бодова)**. Проширивањем неједнакости (*) за 3 добијамо решење $-\frac{17}{36}$ **(7 бодова)**, а проширивањем са 4 и решење $-\frac{23}{48}$ **(6 бодова)**.

2. (ML, XLI-3) Нека права p садржи тачку A и нормална је на симетралу s угла ABC и нека права q садржи тачку C и нормална је на симетралу s. Како права p сече праву BC у тачки K, то је троугао ABK једнакокраки и $AB=BK$ **(6 бодова)**. Слично права q сече праву AB у тачки M, па је троугао BMC једнакокраки и $MB=BC$ **(6 бодова)**. Следи да је



$$AB = BK = BC + CK = MB + CK = 13\text{cm}$$ **(8 бодова)**.

3. Двоцифрени бројеви чији је производ цифара 42 пишу се цифрама 6 и 7 и има их 2: 67 и 76 **(2 бода)**. Троцифрени бројеви чији је производ цифара 42 пише се цифрама 1, 6, 7 или 2, 3, 7 и има их 12: 167, 176, 617, 671, 716, 761, 237, 273, 327, 372, 723, 732 **(9 бодова)**. Четвороцифрени бројеви чији је производ цифара 42 пише се цифрама 1, 1, 6, 7 или 1, 2, 3, 7 и има их 12: 1167, 1176, 1617, 1671, 1716, 1761, 1237, 1273, 1327, 1372, 1723, 1732 **(9 бодова)**. Дакле, укупно 26 бројева.

4. За трећу страницу троугла c важи $2009-2008 < c < 2009+2008$, односно $1 < c < 4017$ **(10 бода)**. Најмањи обим је O=4019cm за $c = 2$ cm **(5 бодова)**, а највећи обим је O=8033cm за $c = 4016$ cm **(5 бодова)**.

5. Могуће вредности збира три броја из скупа $\{-1, 0, 1\}$ иду од -3 до 3, тј. укупно 7 различитих вредности **(10 бодова)**. Како у табелу морамо да упишемо 8 различитих вредности, закључујемо да је бројеве немогуће уписати на тражени начин **(10 бодова)**.