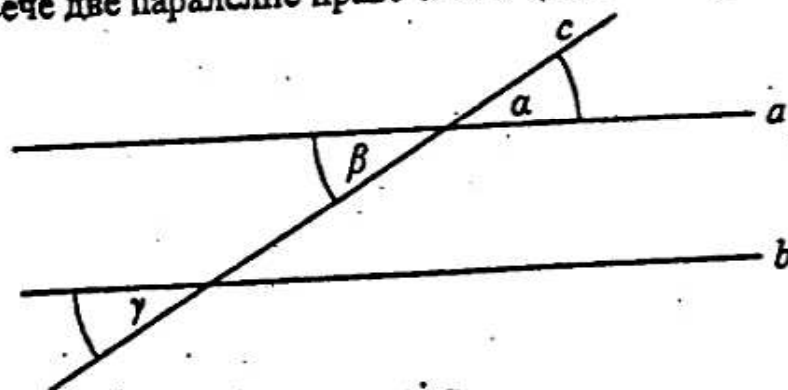


ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ  
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА  
07.03.2009.

V РАЗРЕД

1. Колико има парова природних бројева  $n$  и  $2n+1$  таквих да су оба броја (и  $n$  и  $2n+1$ ) проста и мања од 100?
2. Пеца поједе целу пицу за 15 минута, а Пеца и Неца заједно поједу целу пицу за 6 минута. Колико је времена потребно Неци да сам поједе целу пицу?
3. Производ неколико простих бројева је 2009. Израчунај збир тих простих бројева.
4. Права  $c$  сече две паралелне праве  $a$  и  $b$  (види слику).



Ако је  $\alpha + \beta + \gamma = 2009^\circ$ , израчунај  $\alpha$ .

5. Деда је 2 пута јачи од бабе, баба је 3 пута јача од унуке, унука је 4 пута јача од Жуће, Жућа је 5 пута јачи од мачке, мачка је 6 пута јача од миша. Деда, баба, унука, Жућа, мачка и миш могу заједно да ишчупају репу, а деда, баба, унука, Жућа и мачка (без миша) не могу. Колико мишева треба позвати да би они сами могли да ишчупају репу?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатака траје 120 минута.

Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

## РЕШЕЊА – V РАЗРЕД

1. (ML, XLII-4) Највећи двоцифрени прост број облика  $2n+1$  при чему је и  $n$  прост број је 83 (јер је  $2 \cdot 41 + 1 = 83$ ). Значи бројеви  $n$  могу бити: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41. Бројеви који се завршавају са 7 не испуњавају услов да је и  $2n+1$  прост. Провером закључујемо да услове задатка испуњава 7 парова: 2 и 5, 3 и 7, 5 и 11, 11 и 23, 23 и 47, 29 и 59, 41 и 83 (сваки тачно одређен пар бодовати са по 3 бода, а све одређене парове са 20 бодова).
  
2. (ML, XLI-4) Како Пеца целу пицу поједе за 15 минута, то значи да за 1 минут поједе  $\frac{1}{15}$  пице (4 бода). Неца и Пеца заједно поједу пицу за 6 минута, то значи да за 1 минут поједу  $\frac{1}{6}$  пице (4 бода). Неца за 1 минут поједе  $\frac{1}{6} - \frac{1}{15} = \frac{1}{10}$  пице (6 бода). Дакле, Неца целу пицу поједе за 10 минута (6 бодова).
  
3. Како је  $2009 = 7 \cdot 7 \cdot 41$  (10 бодова), то је збир тих простих бројева  $7 + 7 + 41 = 55$  (10 бодова).
  
4.  $\alpha = \beta$  – унакрсни углови (3 бода);  $\beta = \gamma$  – углови са паралелним крацима (3 бода). Сада је  $\alpha + \beta + \gamma = 2009'$ ,  $3\alpha = 2009'$ , одакле је  $\alpha = 669' 40'' = 11^\circ 9' 40''$  (14 бодова).
  
5. Означимо „снагу“ миша са  $m$ . Тада мачка има „снагу“  $6m$  (3 бода), Жућа  $5 \cdot 6m = 30m$  (3 бода), унука  $4 \cdot 30m = 120m$  (3 бода), баба  $3 \cdot 120m = 360m$  (3 бода) и деда  $2 \cdot 360m = 720m$  (3 бода). Дакле, њихова укупна „снага“ је  $1237m$ , па треба позвати 1237 мишева (5 бодова).