Министарство просвете и спорта Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА

15.03.2008.

VI РАЗРЕД

1. Ако је

$$x = (-5) - (-3) + 5 + (-5) \text{ и } y = -5 - x$$

израчунај колико је $|x-1| - |y-2|$.

2. Милован је требало да подели неки број са 9. Уместо да подели са 9 он је од тог броја одузео 9 и добио резултат -603. Који резултат би Милован добио да није погрешио?

3. У троуглу ABC угао $\measuredangle BAC = 40^\circ$, $\measuredangle ABC = 20^\circ$ и $AB - BC = 10cm$. Ако симетрала угла $\measuredangle ACB$ сече праву AB у тачки M, одреди дужину CM.

4. За углове троугла ABC важи: $\measuredangle ACB = 90^\circ$, $\measuredangle ABC = 2 \cdot \measuredangle CAB$. Катета BC је $8cm$. Тачка M је средиште хипотенузе AB, тачка N је средиште катете AC и тачка P средиште дужи AM. Израчунај дужину изломљене линије $BCMNPA$.

5. За природне бројеве a, b и c важи да су већи од 1 и да је бар један од њих паран. Ако је $a + 1 = 2b + 2 = 3c + 3$, наћи најмању вредност производа $a \cdot b \cdot c$.

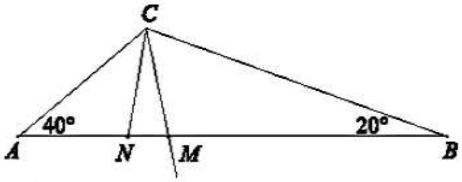
Сваки задатак бодује се са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА – VI РАЗРЕД

1. $x = -2$ **(5 бодова)** и $y = -3$ **(5 бодова)**. Сада је $|x-1|-|y-2| = -2$ **(10 бодова)**.

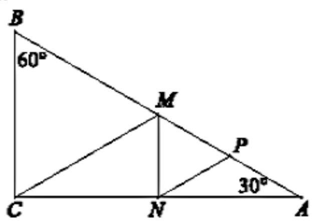
2. Ако тај број означимо са x онда је $x-9 = -603$ **(5 бодова)**, односно $x = -594$ **(5 бодова)**. Милован би добио $-594 : 9 = -66$ **(10 бодова)**.

3.



Нека је $N \in AB$ и $BN = BC$. $\triangle\ BCN$ је једнакокраки, па је $\measuredangle BNC = 80°$ **(4 бода)**. CM је симетрала $\measuredangle ACB$, па је $\measuredangle ACM = 60°$ **(2 бода)**, а одатле је $\measuredangle AMC = 80°$ **(2 бода)**. Дакле, $\triangle\ NCM$ је једнакокраки и $NC = CM$ **(5 бодова)**. Угао BNC је спољашњи угао $\triangle\ ANC$, одакле је $\measuredangle ACN = \measuredangle BNC - \measuredangle CAN = 40°$. Дакле, $\triangle\ ANC$ је једнакокраки па је $AN = NC$ **(5 бодова)**. Значи $CM = CN = AN = AB - BN = AB - BC = 10cm$ **(2 бода)**.

4.



Одмах закључујемо да је $\measuredangle ABC = 60°$ и $\measuredangle CAB = 30°$ **(4 бода)**. Како је $AB = 16cm$ то је $BM = MA = 8cm$ **(4 бода)**. Даље је $MN = 4cm$ **(4 бода)** као средња линија троугла и слично $PA = NP = 4cm$ **(4 бода)**. Дакле, $BCMNPA = 8+8+4+4+4 = 28cm$ **(4 бода)**.

5. Како је $2b+2$ паран број, то следи да су a и c непарни. То значи да је b паран број **(5 бодова)**. Како је $a+1 = 2b+2 = 3c+3$, то је $a > b > c$ **(5 бодова)**. За најмању вредност производа треба изабрати да су a, b и c што мањи природни бројеви. Нека је $c = 3$, тада је $a = 11$ и $b = 5$. Како је b паран број, то не задовољава постављене услове. Нека је $c = 5$, тада је $a = 17$ и $b = 8$, па је најмањи производ

$$a \cdot b \cdot c = 5 \cdot 8 \cdot 17 = 680 \text{ (10 бодова).}$$