DIRIHLEOV PRINCIP

U rešavanju različitih matematičkih problema, naročito za dokazivanje postojanja objekata koji imaju neko određeno svojstvo, često se veoma uspešno primenjuje takozvani Dirihleov princip (Peter Gustav Lejeune Dirichlet, francusko-nemački matematičar 1805-1859), koji izražava jedno od osnovnih svojstava konačnih skupova.

Ako treba $n \cdot k + 1$ kuglicu rasporediti u n kutija, onda pri ma kom rasporedu kuglica postoji bar jedna kutija u kojoj se nalazi bar $k + 1$ kuglica. Videli smo i da se Dirihleov princip najefikasnije dokazuje svođenjem na protivurečnost, jer ako bi bio moguć drugačiji raspored, tj. raspored u kome bi u svakoj od n kutija bilo k ili manje kuglica onda bi ukupan broj kuglica bio manji, ili eventualno jednak $n \cdot k$, što je suprotno pretpostavci da je raspoređena $n \cdot k + 1$ kuglica.

Dirihhleov princip se najčešće iskazuje u raznim popularnim, formulama kao: „problem zečeva i kaveza“, on glasi: „Ako imamo 6 zečeva i 5 kaveza (ili uopšte, k zečeva i n kaveza, pri čemu je k veće od n) i sve zečeve razmestimo u date kaveze, onda mora postojati kavez u koji će biti smeštena bar 2 zeca“.

Koristimo metodu svođenja na protivurečnost. Pretpostavljamo da ne postoji takav kavez u kome su 2 zeca. Onda je u svaki od kaveza smešteno najviše po 1 zec, tako da je ukupan broj smeštenih zečeva u ovom slučaju nije veći od $1 \cdot 5 = 5$ zečeva, a ima ukupno 6 zečeva, što je protivurečno našoj pretpostavci. Znači da postoji kavez u koji će biti smešten bar 2 zeca.

Međutim Dirihleov princip je mnogo više od kaveza i zečeva i ima mnogobrojne primene u praksi i raznim matematičkim teorijama kao što su brojevi, logičko-kombinatorni problemi, razni geometrijski problemi …).

ZADACI: